Aufgaben Experimentalphysik

Die Differenzialgleichung des getriebenen, gedämpften Oszillators kann geschrieben werden als $\ddot{z} + 2\gamma\,\dot{z} + \omega_0^2\,z = K{\cdot}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$ mit $z = x + \mathrm{i}y$. Berechnen Sie mit dem Lösungsansatz $z = A \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$ die komplexe Amplitude und die Phase φ. Was ist die physikalische Bedeutung der komplexen Amplitude? Skizzieren Sie die Phase in Abhängigkeit von der Treiberfrequenz für vernachlässigbare Dämpfung.

Aufgaben RdP

Knacken Sie die folgenden Integrale mit elementaren Tricks:

- $J_1 \;=\; \displaystyle\int_0^2 \mathrm{d}x \,\Big(1 - |x{-}1|\Big)$
- $J_2 \;=\; \displaystyle\int_1^3 \mathrm{d}x\; \frac{x(x{-}2) + 2}{x^2 - 4x + 6}$
- $J_3 \;=\; \displaystyle\lim_{T\to\infty} \frac{6}{T} \int_0^T \mathrm{d}t\; \sin^2 \omega t$
- $J_4 \;=\; \displaystyle\lim_{\epsilon\to 0+} \int_\epsilon^{8\epsilon} \frac{\mathrm{d}x}{\epsilon + \sin^3 x}$
- $J_5 \;=\; 8a\,\partial_a \ln\!\Big(\displaystyle\int_0^\infty \mathrm{d}x\; \mathrm{e}^{-x^2/a^2}\Big)$
- $J_6 \;=\; \displaystyle\int_0^\infty \mathrm{d}t\; \mathrm{e}^{-\gamma t} \cos \omega t$

Das Integral $J = \int_0^\infty \mathrm{d}x\; x\,\mathrm{e}^{-\alpha x}$ soll auf folgende vier Weisen ausgerechnet werden:

(a) via $\partial_x(\alpha x\,\mathrm{e}^{-\alpha x}) = ?$ und $\partial_x\,\mathrm{e}^{-\alpha x} = ?$ $\longrightarrow$ Stammfunktion

(b) aus $K(\alpha) := \int_0^\infty \mathrm{d}x\; \mathrm{e}^{-\alpha x} = 1/\alpha$ und Differenzieren nach α

(c) aus $K(\alpha)$ mittels partieller Integration

(d) über $J = \lim_{\beta\to 0} \int_0^\infty \mathrm{d}x\; \frac{1}{\beta} \sin \beta x\; \mathrm{e}^{-\alpha x}$ und die Euler-Formel